UNIVERSIDAD NACIONAL DEL COMAHUE
Centro Regional Universitario Bariloche

PROGRAMA DE CATEDRA: **ANÁLISIS REAL**

AÑO ACADEMICO: **2013**

CARRERAS A LA QUE PERTENECE: **PLANES DE ESTUDIO:**

LICENCIATURA EN CIENCIAS MATEMÁTICAS 0187/98

CARGA HORARIA SEMANAL SEGÚN PLAN DE ESTUDIOS: **8**

REGIMEN: **Cuatrimestral**

EQUIPO DE CATEDRA:	CARGO:
Dr. Claudio Padra	Profesor Adjunto
Lic. Maximiliano Palacios	ASD2

ASIGNATURA CORRELATIVA: Haber aprobado las materias Álgebra Lineal e Introducción al Análisis.

1. FUNDAMENTACIÓN:

El **análisis real** o **teoría de las funciones de variable real** es la rama del análisis matemático que tiene que ver con el conjunto de los números reales. En particular, estudia las propiedades analíticas de las funciones y sucesiones de números reales; su límite, continuidad y el cálculo de los números reales. una **medida** es una función que asigna un número, vamos, un "tamaño", un "volumen", o una "probabilidad", a los subconjuntos de un conjunto dado. A menudo, el ambicioso objetivo de asignar una medida a todo subconjunto del conjunto base se revela inalcanzable. Solo será posible, o interesante en algunos casos, asignar medida a ciertas familias de subconjuntos, a los que llamaremos medibles. Las medidas, funciones medibles e integrales son los principales conceptos del análisis real de importancia central en probabilidad y en estadística.

2. OBJETIVOS:

Este curso tiene como objetivo principal que los alumnos adquieran los conocimientos básicos sobre medida de Lebesgue, conjuntos de medida nula e integral de Lebesgue.

3. CONTENIDOS SEGÚN PLAN DE ESTUDIOS:

- Topología de $\Re^n$.
- Medida de Lebesgue en $\Re^n$. Álgebra de conjuntos medibles.
- Funciones medibles. Converencial puntual, en casi todo punto y en media. Aproximación por funciones simples.
- Integral de Lebesgue. Teoremas de convergencia.

- Integrales iteradas. Teorema de Fubini.
- Diferenciación de la integral de Lebesgue para funciones de variable real.
- Integración en espacios abstracto

4. CONTENIDO PROGRAMA ANALÍTICO:

Unidad 1: MEDIDA DE LEBESGUE EN $\mathbf{R}^n$.
Medida de intervalos y de conjuntos elementales. Medida exterior. El conjunto de Cantor. Conjuntos medibles. Medida de Lebesgue. Sucesiones monótonas de conjuntos medibles. Conjuntos despreciables. Conjuntos de clase G_σ y conjuntos de clase F_δ. Estructura de los conjuntos medibles. Transformaciones Lipschitz de $\mathbf{R}^n$. Algebras y σ-álgebras. Conjuntos borelianos. Invariancia bajo translaciones. Conjuntos no medibles.

Unidad 2 : FUNCIONES MEDIBLES.
Propiedades elementales de las funciones medibles. Operaciones algebraicas y sucesiones de funciones medibles. Funciones simples. Funciones borelianas. Propiedades verdaderas en casi todo punto. Teorema de Egorov y Teorema de Lusin. Convergencia en medida.

Unidad 3: INTEGRAL DE LEBESGUE.
Integral de funciones no negativas. Integral de funciones simples. Teoremas de Beppo-Levi y de Fatou. Integral de funciones con valores de signo distinto. Linealidad. Teorema de la convergencia mayorada. Integrabilidad absoluta. Teorema de Lebesgue. Invariancia bajo translaciones. Continuidad absoluta. Comparación con la integral de Riemann. Teoremas de Tonelli y de Fubini. Función de distribución.

Unidad 4 : TEORIA DE LA DIFERENCIACION:
La integral indefinida. Teorema de diferenciación de Lebesgue. Lema de cubrimiento de Vitali. Derivabilidad de las funciones monótonas y de las funciones de variación acotada. Funciones absolutamente continuas. Funciones convexas.

Unidad 5: ESPACIOS $\mathbf{L}^p$.
Definición de $\mathbf{L}^p$. Desigualdades de Holder y de Minkowski. Completitud. Clases de funciones densas en L^p. Separabilidad. Módulo de continuidad. El espacio $\mathbf{L}^2$. Ortogonalidad. Series de Fourier. Formula de Parseval. Espacios de Hilbert.

5. BIBLIOGRAFÍA BASICA Y DE CONSULTA:

- Fava N. Y Zo, F. Medida e Integral de Lebesgue. Red Olimpica 1996.
- Wheeden and Zygmund. Measure and Integral. Marcel Dekker Inc. 1977.
- Royden, H.L. Real Analysis. Mc Millan 1968.
- Rudin, W. Real and Complex Analysis. Mc-Graw.
- Folland, G. B. Real Analysis. John Wiley & Sons, 1984.
- Halmos,P. R., Measure Theory. Van Nostrand, Princeton, 1950.

6. PROPUESTA METODOLOGICA:

El desarrollo de la asignatura se programó integrando dos tipos de actividades: 1) clases teóricas, donde se introducen los conceptos de la teoría y donde se evidencia la necesidad del estudio de estos conceptos, luego se profundiza en la teoría matemática, para mostrar por último, el uso de la teoría desarrollada en problemas específicos, volviendo así a la situación original que planteó la necesidad de conocimiento del tema, 2) clases prácticas, que se organizan mediante guías de trabajos prácticos. A cada unidad del programa corresponde una guía de trabajos prácticos.

7. EVALUACIÓN Y CONDICIONES DE ACREDITACION:

Durante el cursado de la materia, se tomarán dos exámenes parciales. Cada uno de ellos tiene una instancia recuperatoria. Cada examen parcial evalúa un grupo de unidades del programa e integra las anteriores (ver cronograma tentativo). Las calificaciones posibles para los parciales son A (Aprobado con promoción, equivalente a 8 puntos), B (aprobado sin promoción) y D (Desaprobado) La aprobación de los dos exámenes parciales o sus recuperatorios con una calificación no inferior a B, implica la aprobación de la cursada de la materia. Para optar a la promoción de la asignatura los alumnos deberán aprobar los dos exámenes parciales o sus recuperatorios con un mínimo de 8 puntos. En caso contrario el alumno deberá rendir un examen final regular a fin de completar la aprobación de la asignatura. Si un alumno obtiene una calificación D en un parcial y su recuperatorio, perderá la condición de alumno regular de la materia. En caso de perder la regularidad de la materia, el alumno puede rendir un examen libre como único requisito para aprobar la materia, lo cual puede hacerse en los turnos de examen previstos a tal fin.

8. DISTRIBUCIÓN HORARIA:

La carga horaria se dividirá en dos partes: 4 horas semanales para el desarrollo de los trabajos prácticos y 4 horas semanales para clases teóricas. Se ofrecerán clases de consulta, dos horas por semana.

9. CRONOGRAMA TENTATIVO:

Primer parcial: evalúa la Unidad 1 y 2: fines de septiembre.
Segundo parcial: evalúa las Unidades 3, 4 y 5: fines de noviembre.

PROFESOR
Claudio Padra

CONFORMIDAD DEL DEPARTAMENTO

CONFORMIDAD DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO BARILOCHE

Prof. Marisa N. Fernandez
Secretaria Académica
Centro Regional Universitario Bariloche
Universidad Nacional del Comahue